Ein Vergleich verschiedener Varianten von endlichen Quanten-Automaten

Stephan Sigg

08.06.2004

1 - Einleitung und Überblick

2 - Quantentheoretische Grundlagen

- Qubit als Analogon zum klassischen Bit
  - Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ als Parallele zu 0 und 1
  - $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
  - Aber auch ‘Zwischenzustände’ möglich:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

  - $|||\psi\rangle||_2 = 1$ *(hier:* $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ *und* $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$*)*
- $\langle\psi| = (|\psi\rangle)^\dagger$
- Punkt in komplexem Vektorraum mit innerem Produkt

- Verallgemeinerung auf mehrere Qubits:

  Für $\alpha_{ij} \in \mathbb{C}$:

$$|\psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_{00} \\ \alpha_{01} \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \end{pmatrix}$$

mit $|||\psi\rangle||_2 = 1$

Bausteine in Quantenschaltkreisen

- Bedingungen an die Bausteine
  - Quadratische Matrix
  - Unitarität : $U^\dagger U = I$
  - Alle Einträge aus $\mathbb{C}$
  - Noch weitere Einschränkungen, aber hier nicht wichtig

Bausteine in Quantenschaltkreisen

- Bedingungen an die Bausteine
  - Quadratische Matrix
  - Unitarität : $U^\dagger U = I$
  - Alle Einträge aus $\mathbb{C}$
  - Noch weitere Einschränkungen, aber hier nicht wichtig
- Hadamard Gate als Beispiel für einen ein - Qubit Baustein:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Quantenbausteine

- Beispiel

$$H(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix}$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{(\alpha - \beta)}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

Bemerkungen und Schwierigkeiten

- Beobachtung:

  – Die Anzahl der Basiszustände verdoppelt sich mit jedem weiteren Qubit

- Messungen:

  $\longrightarrow$ Sei $|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i |q_i\rangle$

  – Erste Messung liefert $|q_i\rangle$ mit Wahrscheinlichkeit $|\alpha_i|^2$

    Neuer Zustand ist $|q_i\rangle$

  – Jede weitere Messung liefert $|q_i\rangle$ mit Wahrscheinlichkeit 1

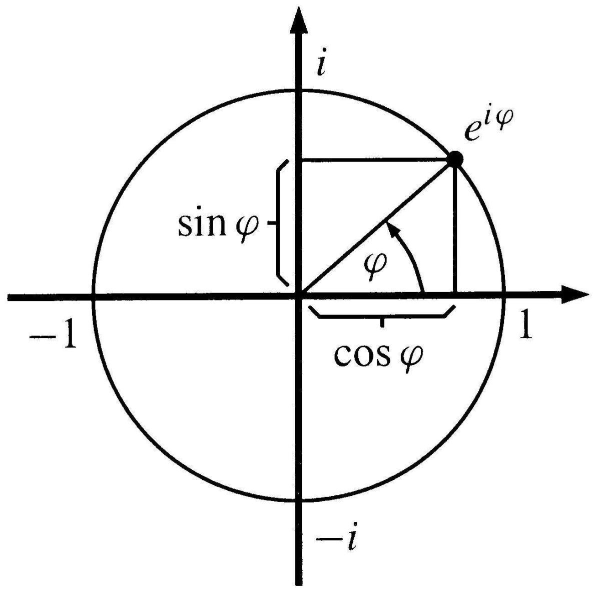
- Transformationen:

  Nur unitäre Operationen erlaubt

Weitere Darstellungen von Qbits

- $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$
  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}, |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

- Komplexwertige Exponentialfunktion



- Für $r = |\alpha|, s = |\beta|$; $(r^2 + s^2 = 1)$ ist

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} re^{i\gamma} \\ se^{i\delta} \end{bmatrix} = e^{i\gamma} \begin{bmatrix} r \\ se^{i(\delta-\gamma)} \end{bmatrix}$$

  – Mit geeigneter Wahl von γ und δ gilt $r, s \geq 0$

- Für $r = |\alpha|, s = |\beta|$; ($r^2 + s^2 = 1$) ist

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} re^{i\gamma} \\ se^{i\delta} \end{bmatrix} = e^{i\gamma} \begin{bmatrix} r \\ se^{i(\delta-\gamma)} \end{bmatrix}$$

  – Mit geeigneter Wahl von γ und δ gilt $r, s \geq 0$

- Wähle $0 \leq \Theta \leq \pi$ sodass $\cos(\frac{\Theta}{2}) = r$

  Wegen $r^2 + s^2 = 1$

  $\Rightarrow s = \sqrt{1 - \cos^2(\frac{\Theta}{2})} = \sin(\frac{\Theta}{2})$

- Für $r = |\alpha|, s = |\beta|$; ($r^2 + s^2 = 1$) ist

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} re^{i\gamma} \\ se^{i\delta} \end{bmatrix} = e^{i\gamma} \begin{bmatrix} r \\ se^{i(\delta-\gamma)} \end{bmatrix}$$

  – Mit geeigneter Wahl von γ und δ gilt $r, s \geq 0$

- Wähle $0 \leq \Theta \leq \pi$ sodass $\cos(\frac{\Theta}{2}) = r$

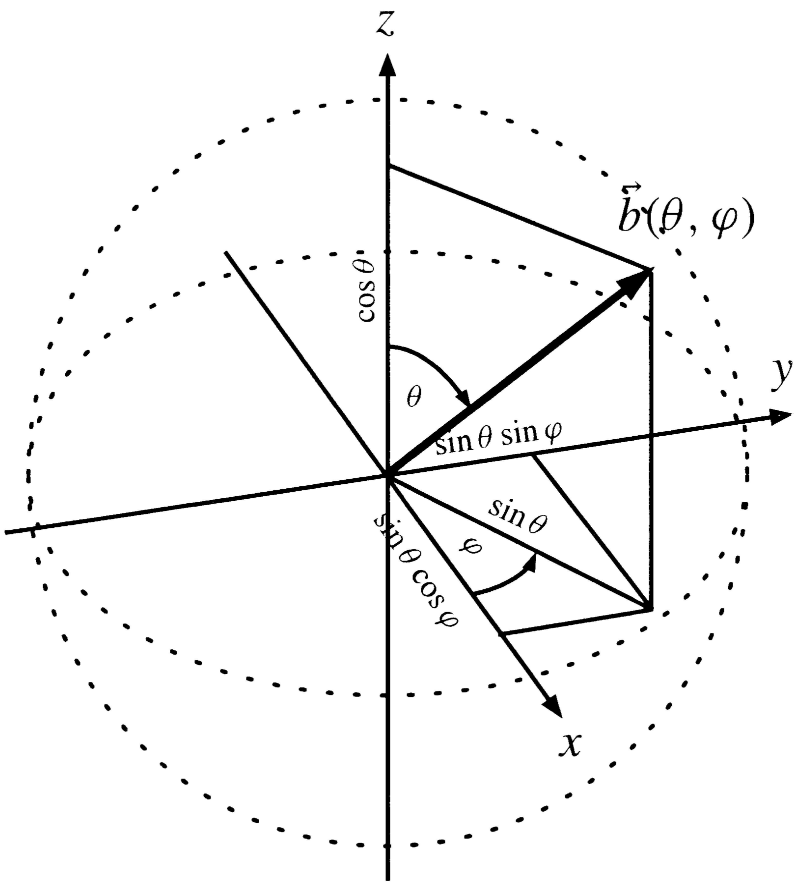
  Wegen $r^2 + s^2 = 1$

  $\Rightarrow s = \sqrt{1 - \cos^2(\frac{\Theta}{2})} = \sin(\frac{\Theta}{2})$

- Mit $\varphi = \delta - \gamma$

$$\Rightarrow |\psi\rangle = e^{i\gamma} \begin{bmatrix} \cos(\frac{\Theta}{2}) \\ e^{i\varphi} \sin(\frac{\Theta}{2}) \end{bmatrix}$$

- φ und Θ bestimmen eindeutig einen Punkt in einer Einheitssphäre



- Es gibt Transformationen von Qubits, die einer Drehung auf dieser Sphäre entsprechen:

$$U_y(\rho) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\rho}{2}\right) & -\sin\left(\frac{\rho}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\rho}{2}\right) & \cos\left(\frac{\rho}{2}\right) \end{bmatrix}$$

  Drehung an der y-Achsen um den Winkel ρ.

3 - Verschiedene Automatentypen

Ein 1-DFA

- $D = (Q, \Sigma, q_0, \delta, Q_{acc})$
  - $\delta : Q \times \Sigma \to Q$
- Zustandsüberführung in Matrizenschreibweise
  - Zustände werden durch Einheitsvektoren beschrieben
  - Quadratische Matrizen
  - Alle Matrixeinträge aus $\{0, 1\}$
  - Jede Spalte darf nur maximal eine ’1’ enthalten
- Erkennen genau die regulären Sprachen

Beispiel

$\delta(q_0, \sigma) = q_1$ und $\delta(q_1, \sigma) = q_1$

$$q_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad V_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V_\sigma |q_0\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = q_1$$

$$V_\sigma |q_1\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = q_1$$

1-QFAs

(Kondacs, Watrous - 1997)

- $M = \{Q, \Sigma, q_0, \delta, Q_{acc}, Q_{rej}\}$
  - $Q_{non} = Q \setminus (Q_{acc} \cup Q_{rej})$
  - Endmarkierungen: $\dashv$; $\vdash$
- Zustände q_i beschreiben Einheitsvektoren aus $\mathbb{C}^n$
  - Alle $|q_i\rangle$ spannen komplexen Vektorraum auf
  - Überlagerungen möglich: $|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i |q_i\rangle$ mit $|||\psi\rangle||_2 = 1$
  - $|\psi\rangle$ ist Punkt im komplexen Vektorraum

Zustandsüberführung

- $\delta : Q \times \Gamma \times Q \to \mathbb{C}$
  – Auch als Überführungsmatrix V_σ
- Unitarität: $\forall q_1, q_2 \in Q$:

$$\forall \sigma \in \Gamma : \sum_q \delta^*(q_1, \sigma, q)\delta(q_2, \sigma, q) = \begin{cases} 1 & falls \quad q_1 = q_2 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

- Als Überführungsmatrix V_σ
  – $V_\sigma|\psi\rangle = \sum_{i=1}^n \sum_{q_j \in Q} \langle q_i|\psi\rangle \delta(q_i, \sigma, q_j)|q_j\rangle$
  – Unitarität: $V_\sigma^\dagger V_\sigma = I$

Beispiel

$$\delta(q_0, \sigma, q_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \quad \delta(q_0, \sigma, q_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\delta(q_1, \sigma, q_0) = \frac{1}{-\sqrt{2}} \quad ; \quad \delta(q_1, \sigma, q_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$V_\sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{-\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$V_\sigma^\dagger V_\sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{-\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{-\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Messungen

Für $|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i |q_i\rangle$

- Zustand aus Q_{acc} wird mit Wahrscheinlichkeit $\sum_{q_i \in\, Q_{acc}} |\alpha_i|^2$ gemessen
  - Der Automat stoppt und akzeptiert
- Analog für Q_{rej}
- Zustand aus Q_{non} wird mit Wahrscheinlichkeit $\sum_{q_i \in\, Q_{non}} |\alpha_i|^2$ gemessen
  - Der Automat fällt in die Überlagerung $|\psi_{neu}\rangle = \sum_{q_i \in\, Q_{non}} \alpha_i |\psi_i\rangle$
  - $|\psi_{neu}\rangle$ muss noch normiert werden:

$$\frac{1}{|||\psi_{neu}\rangle||_2} |\psi_{neu}\rangle$$

Ablauf eines Rechenschrittes

– Ausgangsüberlagerung: $|\psi\rangle$

– Messen der Überlagerung $|\psi\rangle$

– Normieren:

$$|\psi_{norm}\rangle = \frac{1}{|||\psi_{non}\rangle||_2}|\psi_{non}\rangle$$

– Lesen der Bandinschrift σ an Kopfposition

– Anwenden der zugehörigen Überführungsmatrix V_σ

– Resultierende Überlagerung: $|\psi'\rangle = V_\sigma|\psi_{norm}\rangle$

– Kopfbewegung

1-QFA mit verallgemeinerten Messungen

(Hirvensalo - 2001)

- Notation: 1-QFA^{vm}
- Aufteilen von Q_{non} in disjunkte Untervektorräume Q_i
  - $\forall q_1, q_2 \in Q_i$:

$$\forall \sigma \in \Gamma : \sum_q \delta^*(q_1, \sigma, q)\delta(q_2, \sigma, q) = \begin{cases} 1 & falls \quad q_1 = q_2 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

- Messen von $|\psi\rangle$: Mit Wahrscheinlichkeit $\sum_{q_j \in Q_i} |\alpha_j|^2$ Zustand aus Q_i
- Berechnung wird im Untervektorraum Q_i fortgesetzt: $|\psi'\rangle = \sum_{q_j \in Q_i} \langle q_j|\psi\rangle$
- Normieren:

$$|\psi'_{norm}\rangle = \frac{1}{|||\psi'\rangle||_2} |\psi'\rangle$$

- **Beispiel:**

$$V_\sigma = \begin{array}{c} \overbrace{\quad}^{Q_1} \; \overbrace{\quad}^{Q_2} \; \overbrace{\qquad\qquad\quad}^{Q_3} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \end{array}$$

- Simulation eines 1-DFA möglich

2-PFA mit Ausgabe

- $P = (Q, \Sigma_{ein}, \Sigma_{aus}, q_0, \delta, Q_{stop})$
  - Endmarkierungen: $\dashv \;\; ; \;\; \vdash$
  - $\delta : Q \times \Gamma \times Q \times \Sigma_{aus} \cup \{\epsilon\} \times \{-1, 0, 1\} \rightarrow [0, 1]$
  - $\forall q \in Q, \sigma \in \Sigma_{ein}$:

$$\sum_{q' \in Q, \sigma' \in \Sigma_{aus} \cup \{\epsilon\}, d \in \{-1,0,1\}} \delta(q, \sigma, q', \sigma', d) = 1$$

- Berechnung stoppt, wenn Zustand $q_{stop} \in Q_{stop}$ erreicht wird
- Kein akzeptierendes oder verwerfendes Halten

Weitere Automatentypen

(Ambainis, Freivalds - 1998)

- Automaten mit zyklischem Band
  - 1-QXFA und 1-QXFA^{vm}
  - Die Eingabe wird wiederholt von links nach rechts gelesen
  - Ansonsten wie 1-QFA bzw. 1-QFA^{vm}
- Kombination von verschiedenen Automaten
  - 1-QFA^{2-PFA}
  - Kombination eines 2-PFA mit Ausgabe mit einem 1-QFA
  - Zunächst Bearbeitung durch den 2-PFA mit Ausgabe
  - Der 1-QFA rechnet auf der Ausgabe des 2-PFA

4 - Bekannte Ergebnisse und Behauptungen

- 1-QFAs erkennen nur eine echte Teilmenge der regulären Sprachen

  (Kondacs, Watrous - 1997)

- Behauptungen *(*Ambainis und Freivalds - 1998):

  – Ein 1-QXFA kann mehr Sprachen erkennen, als ein 1-QFA

  – Es gibt einen 1-QXFA, der bei Eingabe $w \in L_{eq} = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$ nie hält und sonst nach $O(|w|)$ Schritten immer hält.

  – Für $\epsilon > 0$ gibt es einen 1-QFA^{2-PFA}, der die Sprache $L_{eq} = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$ in polynomieller Zeit mit Fehler ϵ erkennt.

5 - Eigene Ergebnisse

- Es gibt einen 1-QXFA^{vm}, der die Sprache L_{eq} erkennt, wenn ein Nicht-Halten des Automaten als akzeptieren interpretiert wird. Für $w \notin L_{eq}$ ist die erwartete Rechenzeit des Automaten $O(n^5)$.

- Es gibt einen 1-QXFA, der die Sprache L_{eq} erkennt, wenn ein Nicht-Halten des Automaten als akzeptieren interpretiert wird. Für $w \notin L_{eq}$ ist die erwartete Rechenzeit des Automaten $O(n^5)$.

- Es gibt einen 1-QFA^{2-PFA}, der die Sprache L_{eq} mit einseitigem Fehler erkennt. Die erwartete Rechenzeit des Automaten ist $O(n^5)$

Ein 1-QXFA^{vm} für L_{eq}

Phase 1 Teste, ob $w \in L_{ab} = \{a^*b^*\}$

Phase 2 Teste, ob $w \in L_{a=b} = \{w| \quad |w|_a = |w|_b\}$

Beobachtung: Phase 1 durch Simulation eines 1-DFA.

Ein 1-QXFA^{vm} für L_{eq}

Phase 2

Führe in jedem Schritt eine Drehung der Überlagerung zweier Basiszustände um einen Winkel ρ durch. Die Drehungen erfolgen für a und b in entgegengesetzter Richtung. $\rho = r\pi$ ist ein irrationales vielfaches von π mit $r = \sum_{i=1}^{\infty} 10^{-2^i} = 0,0101000100\ldots$

Behauptung 1**:** Genau für $w \in L_{eq}$ wird nach einmaligem Lesen des Wortes wieder die Ausgangsüberlagerung erreicht.

Behauptung 2**:** Für $w \notin L_{eq}$ ist der Winkel, um den der Vektor der erreichten Überlagerung von dem Vektor der Ausgangsüberlagerung abweicht, größer als $\pi * 10^{-(\lceil 3+2\log_{10} n \rceil + 1)}$.

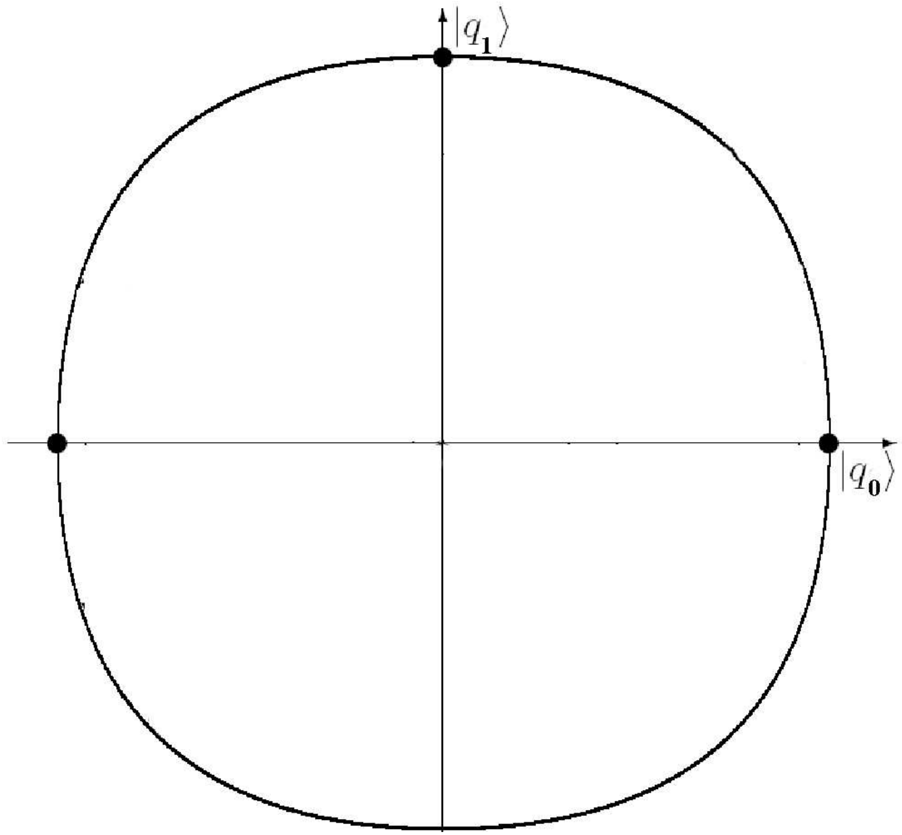
Ein 1-QXFA^{vm} für L_{eq}

Zeige:

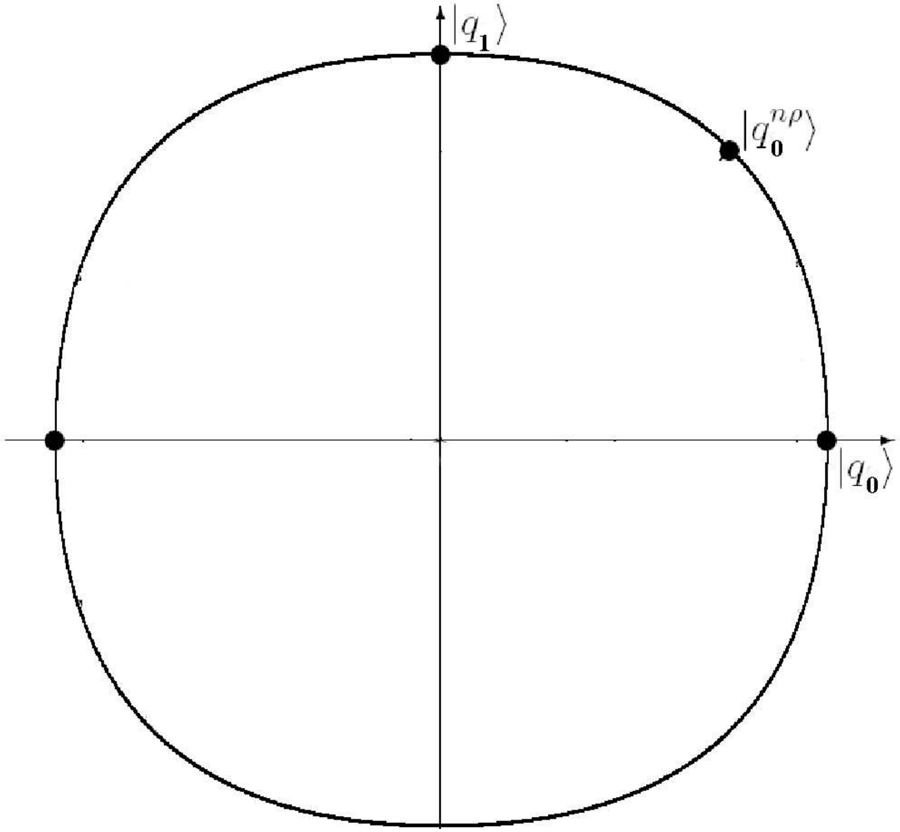
Für $|w| = n$ wird nach maximal n Drehungen um den Winkel ρ nie ein Vektor erreicht, der um weniger als einen Winkel $\kappa = \pi * 10^{-\lceil 3+2\log_{10} n\rceil+1}$ von dem ursprünglichen Vektor abweicht.

Bemerkung 1: k Drehungen entsprechen $k + d$ Drehungen hin und d Drehungen zurück

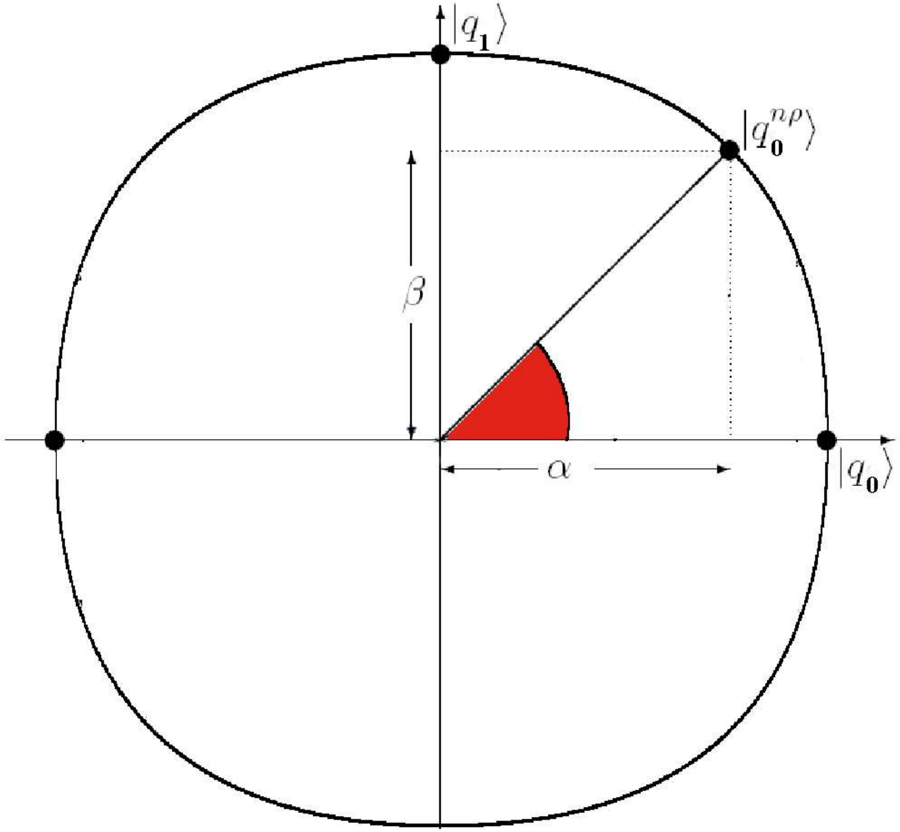
Bemerkung 2: Deswegen ist die ungünstigste Situation eine n-fache Drehung


$|q_1\rangle$
$|q_0\rangle$

$|q_0^{n\rho}\rangle$

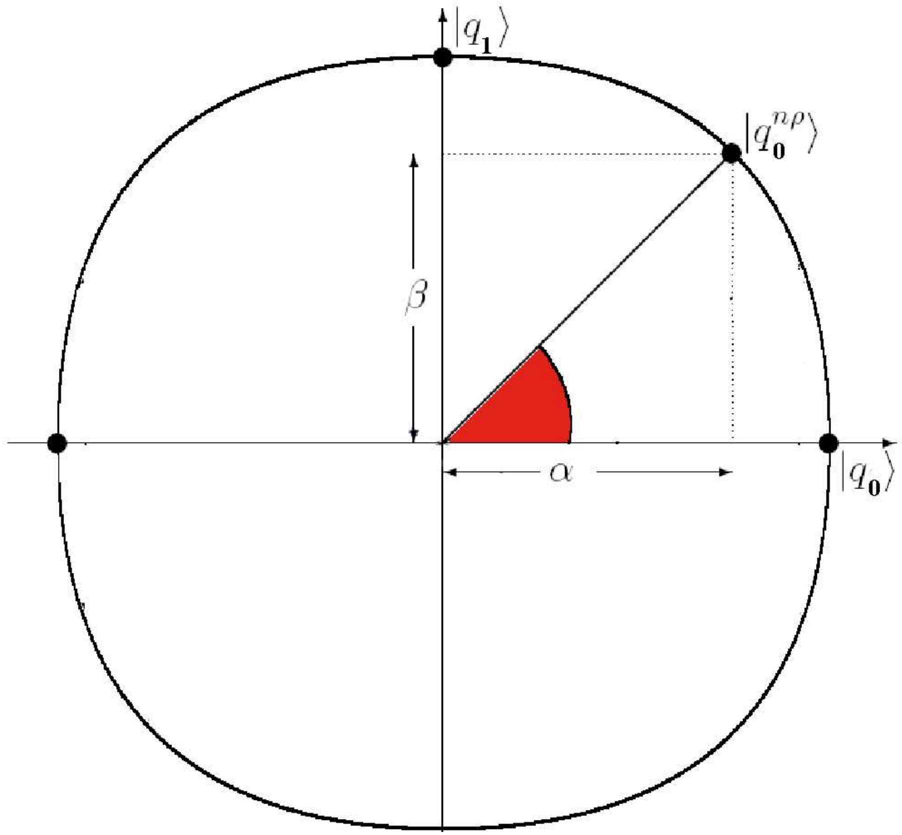


$$|q_0^{n\rho}\rangle = \alpha|q_0\rangle + \beta|q_1\rangle$$



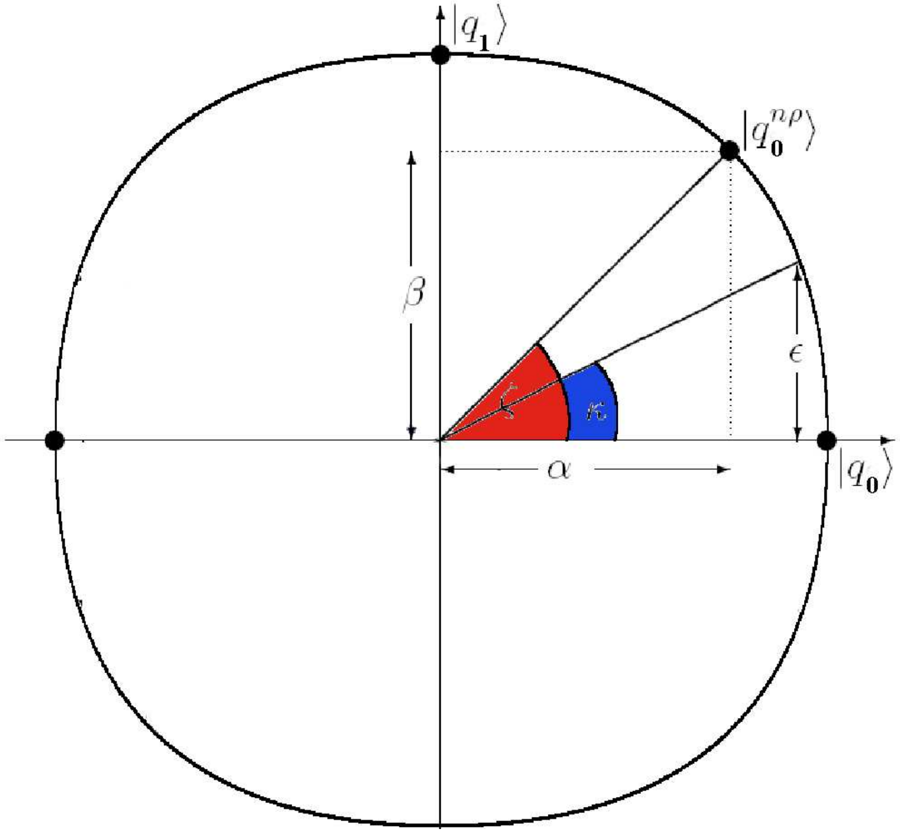
$$|q_0^{n\rho}\rangle = \alpha|q_0\rangle + \beta|q_1\rangle$$

$$\beta \geq \epsilon$$



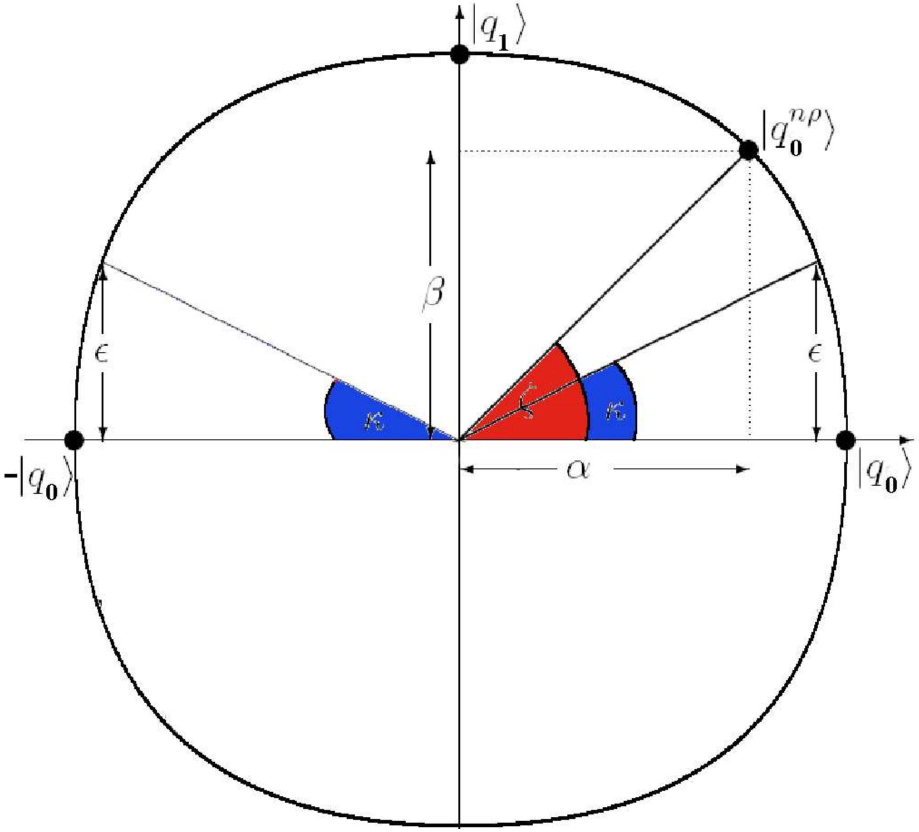
$$|q_0^{n\rho}\rangle = \alpha|q_0\rangle + \beta|q_1\rangle$$

$$\beta \geq \epsilon$$



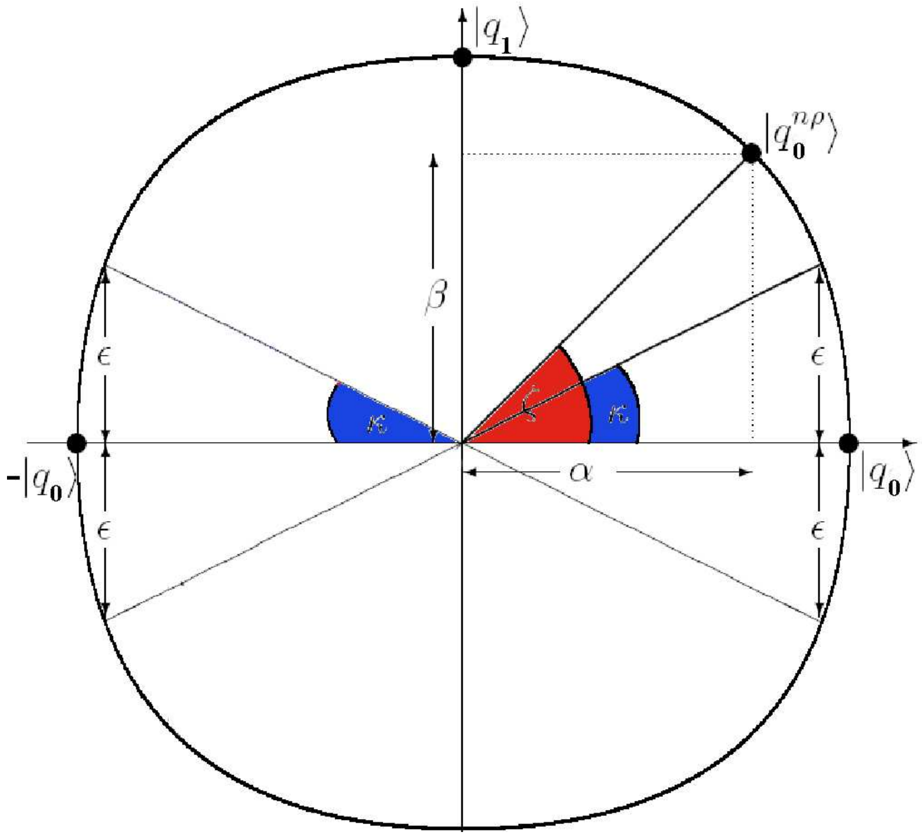
$$|q_0^{n\rho}\rangle = \alpha|q_0\rangle + \beta|q_1\rangle$$

$$\beta \geq \epsilon$$



$$|q_0^{n\rho}\rangle = \alpha|q_0\rangle + \beta|q_1\rangle$$

$$\beta \geq \epsilon$$



Zusammenfassung

- Es gilt $\beta \geq \epsilon$ und der Automat verwirft für $w \notin L_{eq}$ mindestens mit Wahrscheinlichkeit

$$\epsilon^2 = \left(\sin\left(\frac{\pi}{10^{\lceil 3+2\log_{10} n\rceil +1}}\right)\right)^2$$

- Erwartete Anzahl an Lesezyklen ist $\frac{1}{\epsilon^2}$
- Erwartete Rechenzeit ist $\frac{n}{\epsilon^2} = O(n^5)$

Ein 1-QXFA für L_{eq}

Satz Es gibt einen 1-QXFA, der die Sprache L_{eq} erkennt, wenn ein Nicht-Halten des Automaten als akzeptieren interpretiert wird. Für $w \notin L_{eq}$ ist die erwartete Rechenzeit des Automaten $O(n^5)$.

(Lemma) Die Menge der von 1-QXFAs erkannten Sprachen ist gegen die Operation Durchschnitt abgeschlossen $[\ldots]$. Die erwartete Laufzeit ergibt sich als Summe der erwarteten Rechenzeiten der einzelnen Automaten.

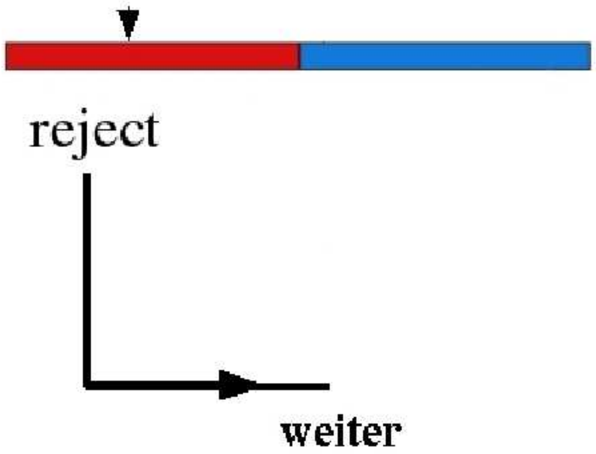
Ein 1-QXFA für L_{eq}

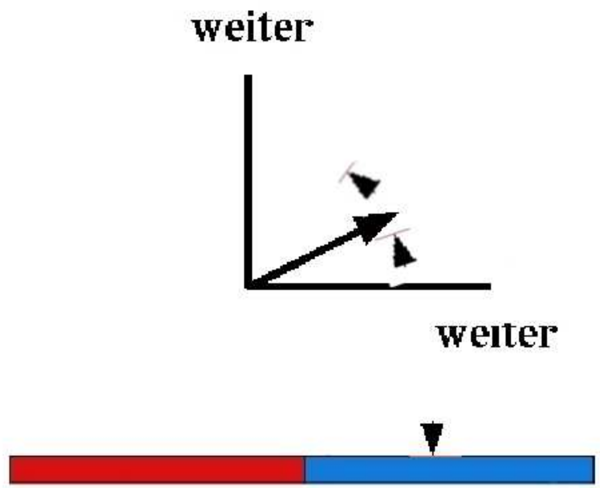
Phase 1 Teste, ob $w \in L_{ab} = \{a^*b^*\}$

Phase 2 Teste, ob $w \in L_{a=b} = \{w| \quad |w|_a = |w|_b\}$

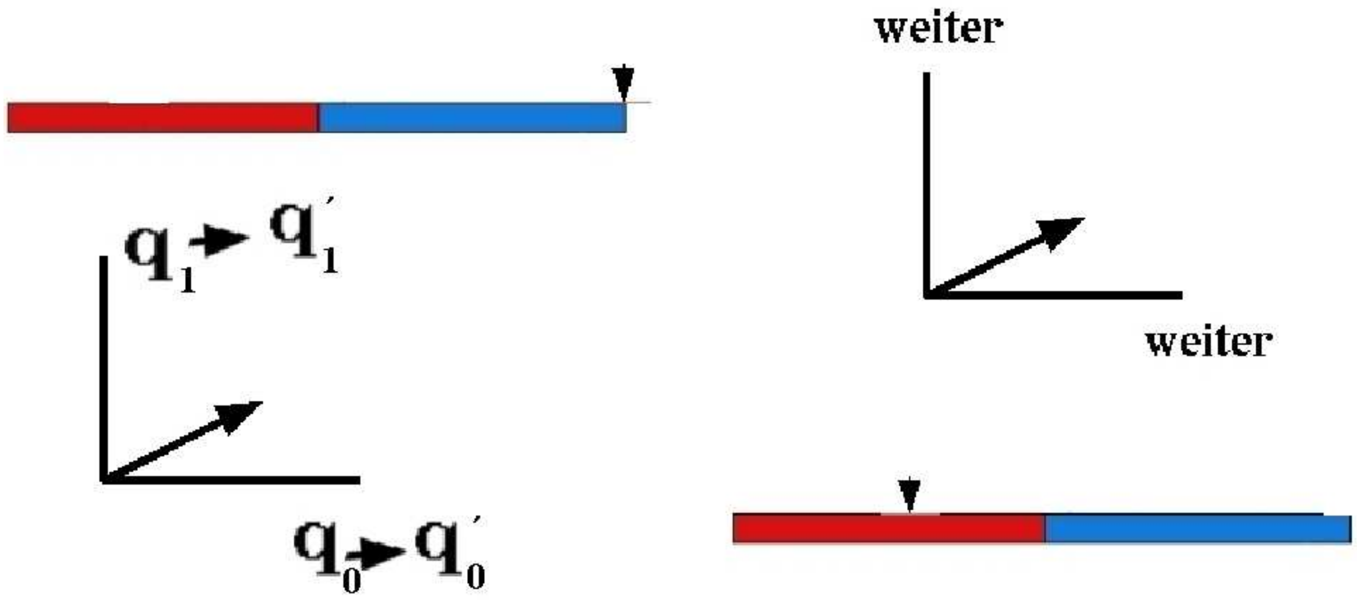
Beobachtung: Phase 2 kann aus dem 1-QXFA^{vm} übernommen werden

Erstes Lesen der Bandinschrift

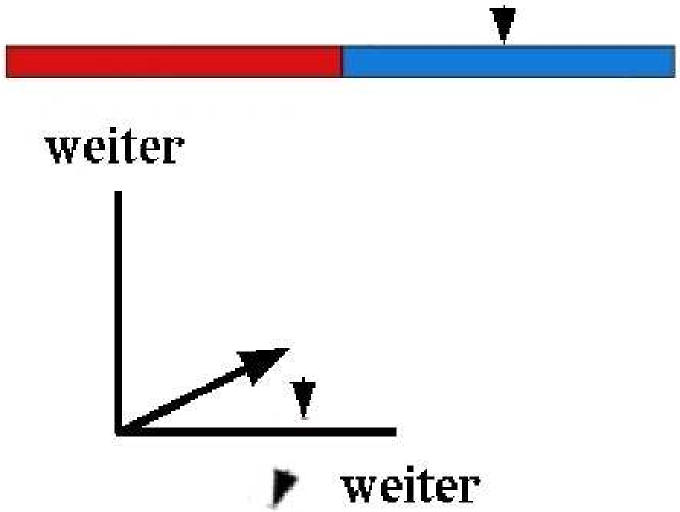


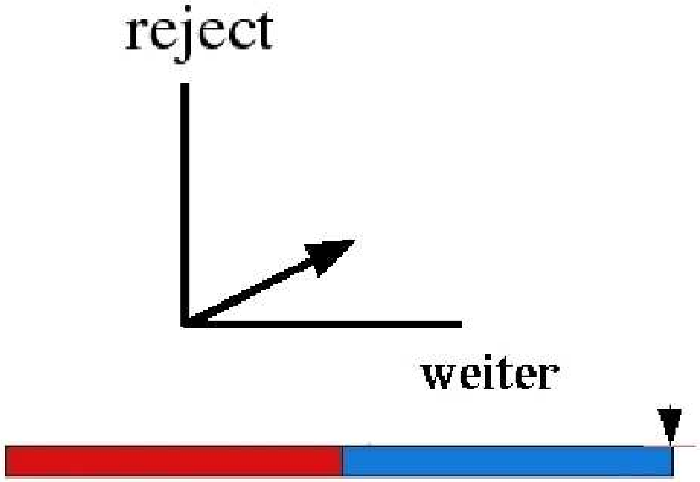


Lesen von $\vdash$ und a

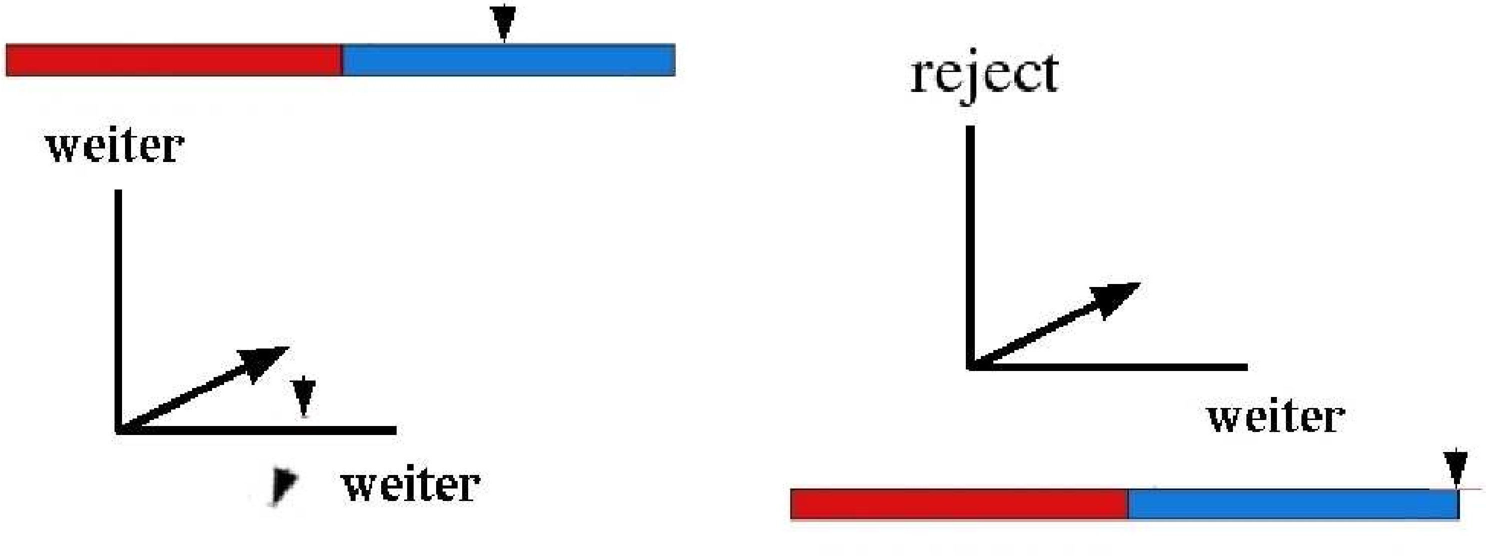


Lesen von b und $\vdash$



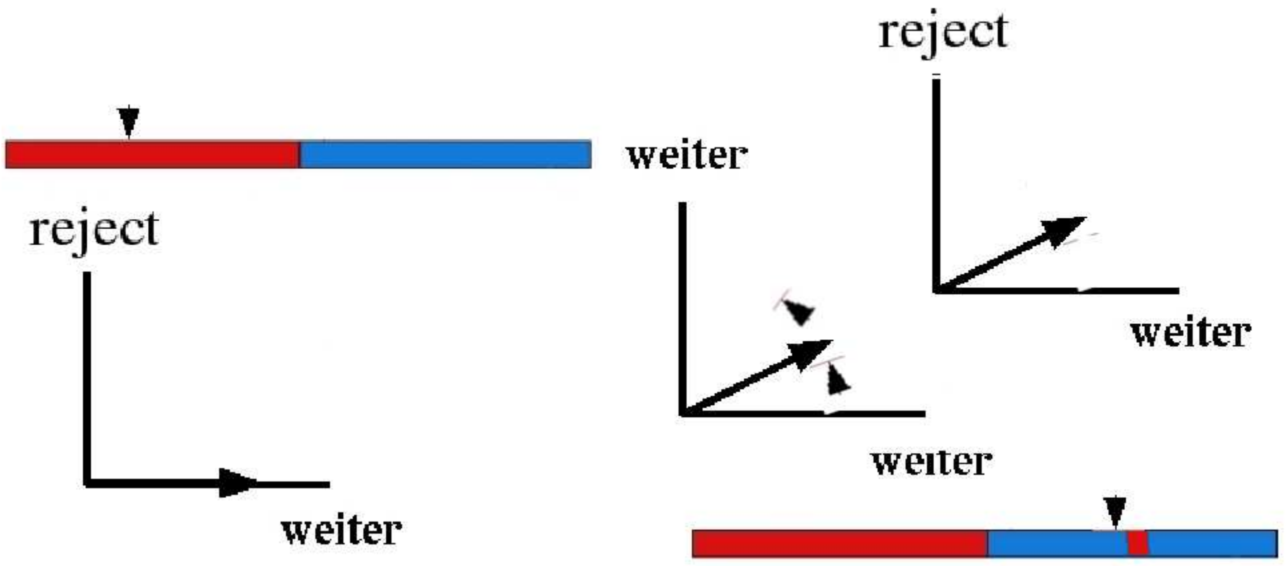


Lesen von b und $\vdash$



Für $w \in L_{ab}$ verwirft der Automat nie.

Lesen von a und b



Für $w \notin L_{ab}$ verwirft der Automat mit Wahrscheinlichkeit $\frac{c}{n^4}$

Insgesamt

- Jede Phase kann von einem 1-QXFA bearbeitet werden
- Für jede Phase genügt die Zeit $O(n^5)$
- Konkatenation beider Automaten $\longrightarrow$ 1-QXFA für L_{eq}
- Erwartete Laufzeit des Automaten: $O(n^5)$

Ein 1-QFA^{2-PFA} für L_{eq}

Lemma Es gibt einen 1-QFA^{2-PFA}, der für eine Eingabe w mit $|w| = n$ eine erwartete Laufzeit von $O\left(n^5\right)$ hat. Dieser Automat wird

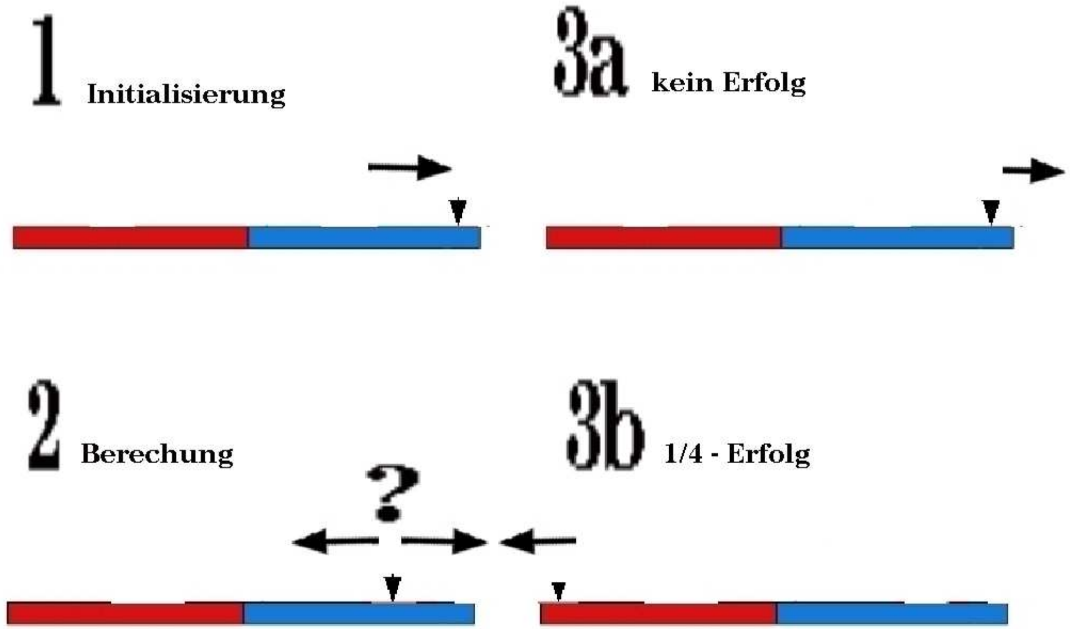
1. $\forall\, w \in L_{eq} = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$ akzeptieren
2. $\forall\, w \notin L_{eq} = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$ mit Wahrscheinlichkeit $1 - O\left(\left(\frac{e}{4}\right)^{n^4}\right)$ akzeptieren.

Beweisidee:

- 2-PFA mit Ausgabe erzeugt $y = \dashv w \vdash \ldots \dashv w \vdash$
- 1-QFA arbeitet auf y wie 1-QXFA auf w

Schwierigkeit: Schreibe die Eingabe w polynomiell häufig nach y

Definition: Vierfaches Turnier



Skizze des 2-PFA mit Ausgabe

$i := 1$

WHILE $(i < 6 * 10^{10})$

  Schreibe einmal $\dashv w \vdash$

  führe 4-faches Turnier aus

  IF (Turnier erfolgreich)

    $i++$

  ENDIF

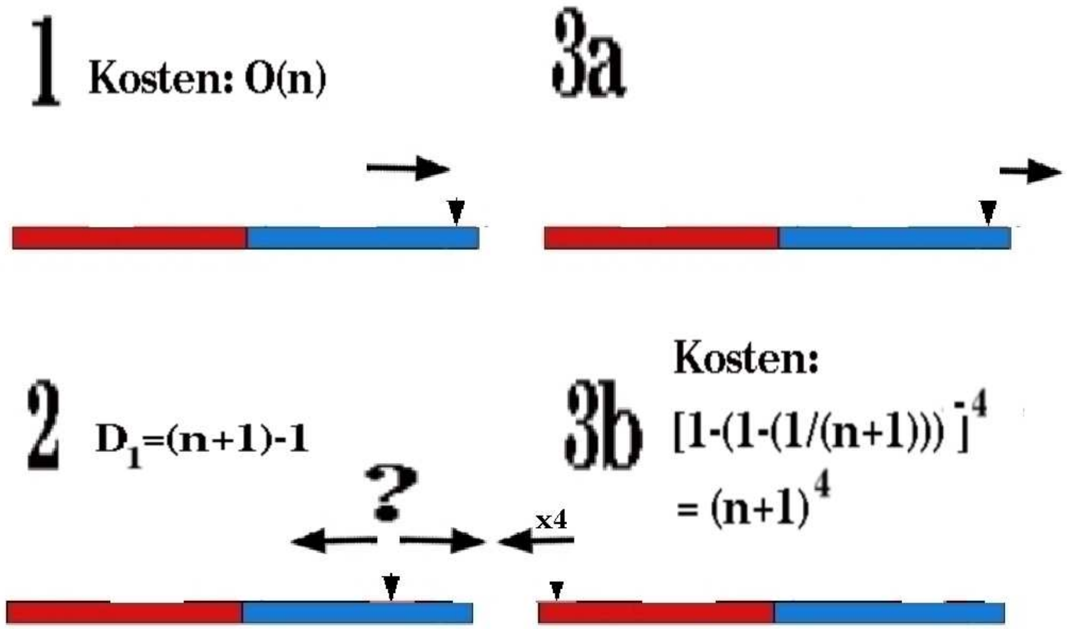
ENDWHILE

Das Gamblers Ruin Problem

- Spieler A und B
- Startkapital: $b = m - a$
- Erfolgswahrscheinlichkeiten : $P_A = 1 - P_B$
- Fragen:
  - Wird Spieler A ruiniert? $\longrightarrow q_a$
  - Wie lange dauert es, bis ein Spieler ruiniert ist? $\longrightarrow D_a$
- Für $P_A = P_B = \frac{1}{2},\ a + b = m$:
  - $q_a = 1 - \frac{a}{m}$
  - $D_a = a(m - a)$

Der 2-PFA simuliert das Gamblers Ruin Problem

$q_a = 1 - \frac{a}{m}, D_a = a(m-a), P_A = P_B = \frac{1}{2}$



Zusammenfassung

- Erwartete Laufzeit des 2-PFA:$6 * 10^{10}(n+1)^4 cn$
  – Chernoff: nicht weniger als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$ mit Wslk. $O\left(\left(\frac{e}{4}\right)^{n^4}\right)$

Zusammenfassung

- Erwartete Laufzeit des 2-PFA:$6 * 10^{10}(n+1)^4 cn$
  - Chernoff: nicht weniger als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$ mit Wslk. $O\left(\left(\frac{e}{4}\right)^{n^4}\right)$
- 1-QXFA benötigt im Erwartungswert weniger als $\frac{3}{2} * 10^{10}(n+1)^4 cn$ Lesezyklen
  - Chernoff: nicht mehr als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$ mit Wslk. $O\left(\frac{1}{e^{n^4}}\right)$

Zusammenfassung

Laufzeit des 2-PFA:

– Chernoff: nicht weniger als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$

- 1-QXFA benötigt

  Lesezyklen

  – Chernoff: nicht mehr als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$

Zusammenfassung

Laufzeit des 2-PFA:

– Chernoff: nicht weniger als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$

- 1-QXFA benötigt

  Lesezyklen

  – Chernoff: nicht mehr als $3 * 10^{10}(n+1)^4 cn$

- Mit Wahrscheinlichkeit $1 - O\left(\left(\frac{e}{4}\right)^{n^4}\right)$ macht der 1-QFA^{2-PFA} keinen Fehler
- Erwartete Laufzeit des 1-QFA^{2-PFA}: $O\left(n^5\right)$

6 - Ausblick und offene Fragen

- Sind die von 1-QFA^{vm}s erkannten Sprachen genau die regulären Sprachen ?
- Kann die Sprache $a^ib^j; i \leq j$ mit einem Automaten mit zyklischem Band erkannt werden ?

Danke für die Aufmerksamkeit !